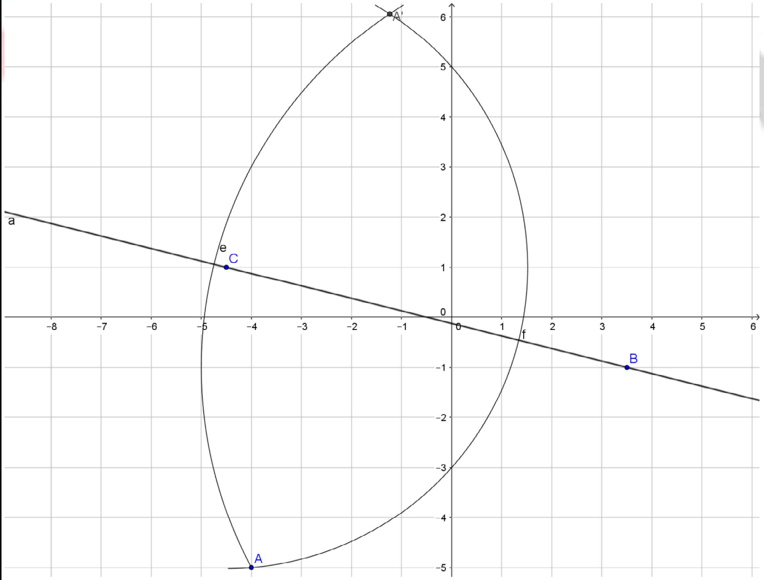
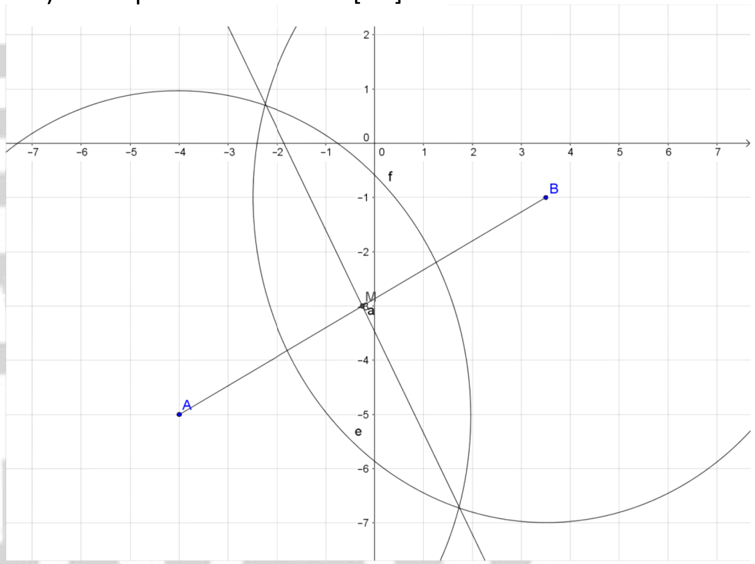
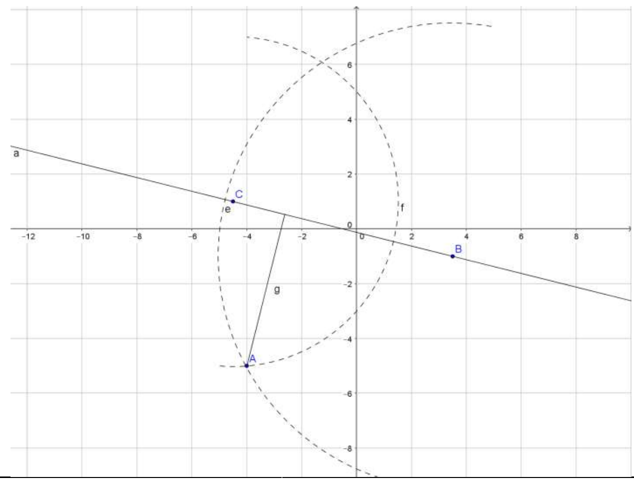
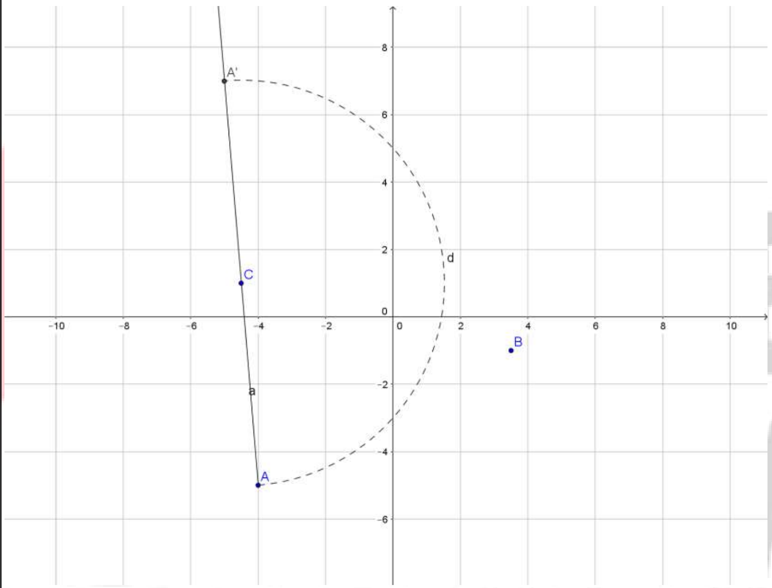
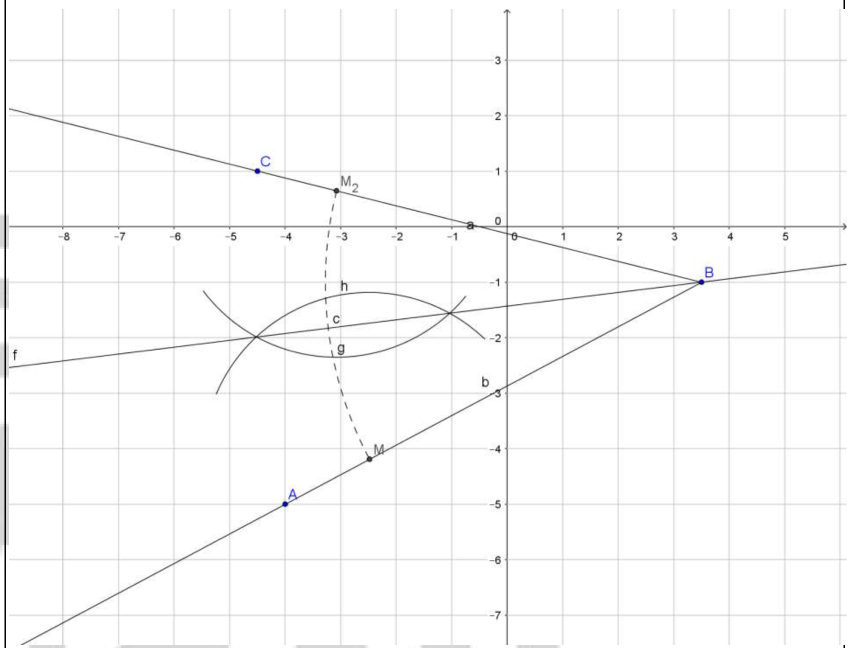
Grundwissen Mathematik 7. Klasse

Wissen	Aufgaben/Beispiele	Lösungen
<u>Achsenspiegelung</u> **Eigenschaften der Achsenspiegelung:** - Die Verbindungsstrecke von Punkt P und Bildpunkt P' wird von der Spiegelachse a senkrecht halbiert - Achsenpunkte sind Fixpunkte - Nur Achsenpunkte haben von P und P' gleichen Abstand - Die Achsenspiegelung ist längen- und winkeltreu - Der Drehsinn ändert sich **<u>Punktspiegelung</u>** **Eigenschaften der Punktspiegelung:** - Entspricht einer 180°- Drehung um das Symmetriezentrum Z - Die Verbindungsstrecke von Punkt P und Bildpunkt P' wird vom Zentrum halbiert - Längen- und Winkeltreue - Drehsinn bleibt erhalten	Trage die Punkte A(-4/-5), B(3,5/-1) und C (-4,5/1) in ein Koordinatensystem ein. a) Spiegle den Punkt A an BC. b) Konstruiere den Mittelpunkt der Strecke [AB]. c) Konstruiere das Lot von A auf BC d) Konstruiere die Winkelhalbierende für den Winkel <CBA. e) Spiegle den Punkt A an C. zu a) Achsenspiegelung von Punkt A an BC 	b) Mittelpunkt der Strecke [AB]  c) Lot von A auf BC 

zu e) Punktspiegelung von A an C



d) Winkelhalbierende

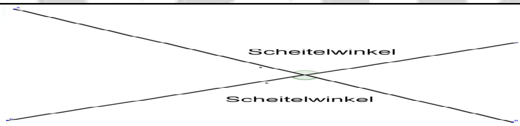


<u>Winkelbetrachtungen</u>

Winkel an sich schneidenden Geraden

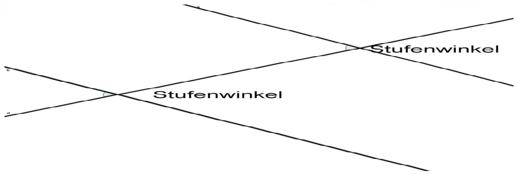
Scheitelwinkel sind gleich groß
Stufenwinkel sind gleich groß
Wechselwinkel sind gleich groß
Nebenwinkel
(ergänzen sich zu 180°)
Wenn die Gerade g parallel zu h ist, dann sind die Winkel gleich groß.

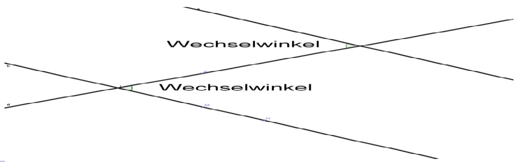
Winkelsumme im Dreieck
Die Innenwinkelsumme im Dreieck beträgt 180°



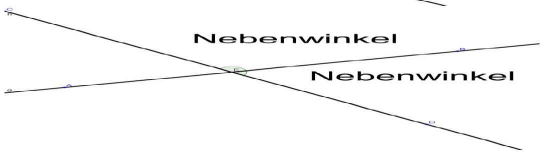
Scheitelwinkel

Stufenwinkel

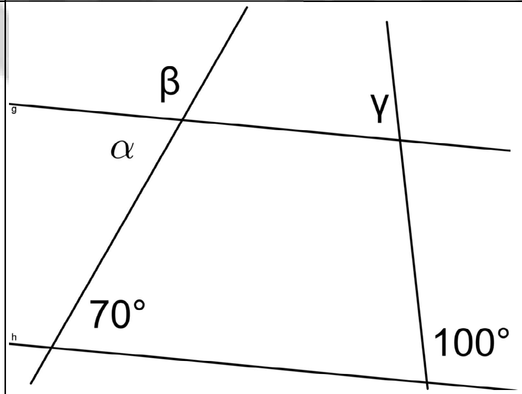




Wechselwinkel



Nebenwinkel



Die beiden Geraden g und h sind parallel. Berechne die Winkel α, β und γ. Begründe deine Rechnungen.

$\alpha = 70°$ (Wechselwinkel)
$\beta = 110°$ (Nebenwinkel zu α)
$\gamma = 180° - 100° = 80°$ (Stufenwinkel und Nebenwinkel)

<table>
<tr>
<td>

Terme
Aufstellen von Termen

</td>
<td>

Gib einen Term für die Gesamtanzahl der Beine von m Maikäfern, s Schmetterlingen und k Kreuzspinnen an.
Der Preis einer Urlaubsreise ist x. Das Reisebüro gibt 15% Rabatt für Frühbucher.

</td>
<td>

$T(Gesamtzahl\ Beine) = 6 \cdot m + 6 \cdot s + 8 \cdot k$
$T(Frühbucherpreis) = x \cdot (100\% - 15\%) = x \cdot 85\%$
$= x \cdot 0{,}85 = 0{,}85x$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Berechnen von Termwerten

</td>
<td>

Berechne den Wert des Terms $T(x) = \frac{x^2}{x-1}$
für $x = -4;\ 1{,}2;\ \frac{2}{3}$
Berechne den Wert des Terms $T(a;b) = 3ab - \frac{3}{4}a^2$
für $a = -2;\ \ b = 0{,}5$

</td>
<td>

$T(-4) = \frac{(-4)^2}{-4-1} = \frac{16}{-5} = -3\frac{1}{5} = -3{,}2$
$T(1{,}2) = \frac{1{,}2^2}{1{,}2-1} = \frac{1{,}44}{0{,}2} = 7{,}2$
$T\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{2}{3}-1} = \frac{\frac{4}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{4}{3} = -1{,}\overline{3}$
$T(-2;0{,}5) = 3 \cdot (-2) \cdot 0{,}5 - \frac{3}{4} \cdot (-2)^2 = -3 - 3 = -6$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Zuordnung:
Variablenwert – Termwert
Jedem Variablenwert wird durch Ausrechnen des Terms ein eindeutig bestimmter Termwert zugeordnet.
Die Zuordnung lässt sich in einer Wertetabelle angeben und durch einen Graphen in einem Koordinatensystem veranschaulichen.

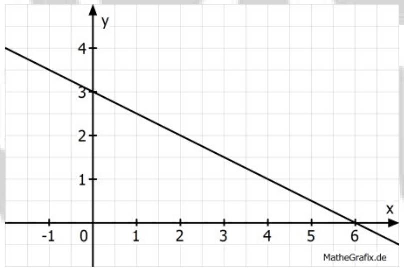
</td>
<td>

$T(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$T(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

</td>
<td>

<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$T(x)$</td><td>4</td><td>3,5</td><td>3</td><td>1,5</td><td>1</td></tr>
</table>



</td>
</tr>
<tr>
<td>

Termumformungen
a) Gleichartige Terme zusammenfassen
b) Umformungen in Produkten
c) Anwendung des Distributivgesetzes, **Ausmultiplizieren**
d) Anwendung des Distributivgesetzes, **Ausklammern**
e) Multiplizieren von Summen

f) Binomische Formeln

</td>
<td>

a) $3{,}5x + x - \frac{1x}{4} =$
$3ab^2 - 4a^2b + ab^2 - 5a^2b + 0ab^2 =$
b) $(-2p)^3q^2p^4q =$
$(-0{,}1x^3y)^2(3y^2x)^3 =$
c) $2x\left(a - \frac{1}{4}b\right) =$
$ab - a \cdot (b - 4a) =$
d) $6xy^2 - 8x^2y^3 =$
$ab + 0{,}5a^2b^2 =$

e) (x + y)(xy – 1)
(3a – 2b)(a – 4b)

f) (5a – 2b)² =
(2x - 1)(2x + 1) =

</td>
<td>

a) $3{,}5x + x - \frac{1x}{4} = 4{,}5x - 0{,}25x = 4{,}25x$
$3ab^2 - 4a^2b + ab^2 - 5a^2b + 0ab^2 = 4ab^2 - 9a^2b$
b) $(-2p)^3q^2p^4q = -8p^3p^4q^2q = -8p^7q^3$
$(-0{,}1x^3y)^2(3y^2x)^3 = 0{,}01x^6y^2 27y^6x^3 = 0{,}27x^9y^8$
c) $2x\left(a - \frac{1}{4}b\right) = 2ax - \frac{1}{2}bx$
$ab - a \cdot (2b - 4a) = ab - 2ab + 4a^2 = -ab + 4a^2$
d) $6xy^2 - 8x^2y^3 = 2xy^2(3 - 4xy)$
$ab + 0{,}5a^2b^2 = ab(1 + 0{,}5ab)$
e) (x + y)(xy – 1) = x²y – x + xy² - y
(3a – 2b)(a – 4b) = 3a² - 12ab - 2ba + 8b² = 3a² - 14ab + 8b²

</td>
</tr>
</table>

<u>Lineare Gleichungen</u>

Lösen von linearen Gleichungen

Eine lineare Gleichung mit der Variablen x kann man immer in den folgenden Schritten lösen:

1. Vereinfachen des Terms rechts und links vom Gleichheitszeichen
2. Addition bzw. Subtraktion und Zusammenfassen so, dass nur noch die Variable oder ein Vielfaches von ihr auf nur einer Seite steht
3. Division durch den Faktor des x-Terms.

Lineare Gleichungen in Anwendungssituationen

Stelle die Gleichung nach folgendem Schema auf:

1. Variable einführen
2. Gleichung aufstellen
3. Gleichung lösen
4. Ergebnis überprüfen, Antwort formulieren

a) $\frac{1}{3}x - 2 = -5$

b) $3(2x-1) + x = (x-2) - (4-8x)$

c) In einem Käfig sind Hasen und Hühner eingesperrt. Die Tiere haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Hasen und Hühner sind im Käfig?

d) In einem 5 cm hohen Trapez von 30 cm² Flächeninhalt ist eine der parallelen Seiten 7,5 cm lang. Wie lang ist die andere der parallelen Seiten?

a)
$$\frac{1}{3}x - 2 = -5$$
$$\frac{1}{3}x = -3$$
$$x = -9$$

b)
$$3(2x-1) + x = (x-2) - (4-8x)$$
$$6x - 3 + x = x - 2 - 4 + 8x$$
$$7x - 3 = 9x - 6$$
$$7x + 3 = 9x$$
$$3 = 2x$$
$$x = \frac{3}{2}$$

c) $x =$ Anzahl der Hasen

$35 - x =$ Anzahl der Hühner

$$x \cdot 4 + (35 - x) \cdot 2 = 94$$
$$4x + 70 - 2x = 94$$
$$2x + 70 = 94$$
$$2x = 24$$
$$x = 12 \quad \text{[Hasen]}$$

d) Flächenformel für das Trapez: $A = \frac{1}{2}(a+c) \cdot h$

Einsetzen
$$30 = \frac{1}{2}(a + 7{,}5) \cdot 5$$
$$30 = \left(\frac{1}{2}a + 3{,}75\right) \cdot 5$$
$$30 = \frac{5}{2}a + 18{,}75$$
$$11{,}25 = \frac{5}{2}a$$
$$4{,}5 = a$$

BOXPLOT

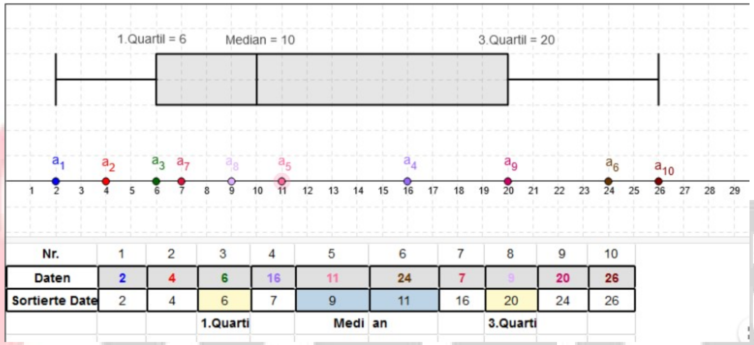
Der **Median** unterteilt einen Datensatz in zwei gleich große Blöcke. Ist die Anzahl der Daten

a) gerade, so ist der Median der Durchschnittswert der beiden mittleren Zahlen
b) ungerade, so ist der Median der Wert in der Mitte

Das untere (obere) **Quartil** ist der Median des unteren (oberen) Blocks.

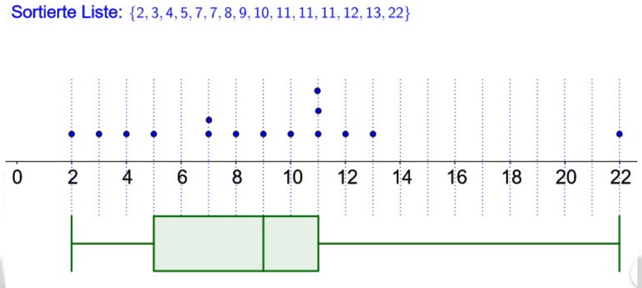
Spannweite des Datensatzes= größter Wert-kleinster Wert
Box: Rechteck in der Abbildung
Antenne: Verbindungslinie von der Box zum Minimal- bzw. Maximalwert

Zu a) 10 Schüler wurden nach der Anzahl der Stifte in ihrem Federmäppchen gefragt. Erstelle einen Boxplot!



- Wichtig ist die Sortierung der Daten nach deren Größe! Der Median ist hier: $(9 + 11) \div 2 = 10$
- 1. Quartil=unteres Quartil=6
- Die Spannweite beträgt 24

Zu b) 15 Lehrerinnen wurden nach der Anzahl ihrer bereits bereisten Länder befragt und die Antworten der Reihe nach notiert: 7;2;8;22;11;12;11;3;11;4;13;7;9;10;5
Bestimme Median, Quartile und Spannweite der Daten!
Lösung:



Median=9; unteres Quartil=5; oberes Quartil=11; Spannweite=20

Kongruenz und Dreiecke

Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent, wenn sie
- in allen drei Seiten **SSS**
- in einer Seite und zwei gleich-liegenden Winkeln **WSW** oder **SWW**
- in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel **SWS**
- in zwei Seiten und dem Gegenwinkelt der längeren Seite übereinstimmen **SsW**, d.h. die längere Seite muss dem gegebenen Winkel gegenüber-liegen.

Prüfe, ob mit den Angaben ein Dreieck eindeutig konstruierbar ist.
a) b = 9 cm; c = 5 cm; a = 45°
b) a = 5 cm; a = 30°; b = 75°
c) b = 5 cm; c = 8 cm; b = 30°

Begründe, ob die zwei Dreiecke kongruent sind:
c_1 = 6,4 cm; α_1 = 50°; $ß_1$ = 75° und
a_2= 6,4 cm; α_2 = 50°; $ß_2$ = 75°

a) Ja, nach dem **SWS** – Satz

b) Ja, nach dem **SWW** – Satz

c) Nein, da b die kürzere Seite ist.

Die zwei Dreiecke sind nicht kongruent, da im ersten Dreieck die Winkel a_1 und b_1 gegeben sind, die an der Seite c_1 anliegen, im zweiten Dreieck ist zwar b_2 anliegend, a_2 aber nicht.

<u>Besondere Linien im Dreieck und Konstruktionen</u>

Besondere Linien im Dreieck
Mittelsenkrechte und Umkreis
Winkelhalbierende und Inkreis
Höhen

Konstruktionen
- Planfigur
- Konstruktionsplan
- Konstruktion

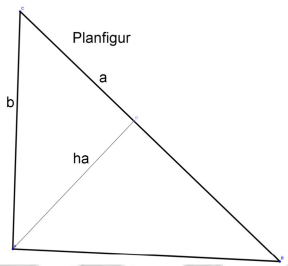
Achte auf mehrere Lösungen!

Besondere Dreiecke
- gleichschenkliges Dreieck
- gleichseitiges Dreieck
- rechtwinkliges Dreieck

Satz von Thales
Liegt ein Punkt C auf dem Halbkreis über einer Strecke [AB], dann ist das Dreieck ABC **rechtwinklig**.

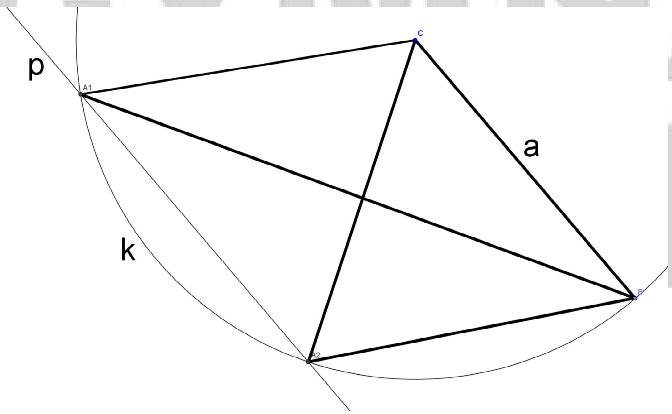
Gegeben ist das Dreieck ABC mit a = 7 cm, c = 8 cm und b = 50°. Konstruiere a) den Umkreis b) den Inkreis.

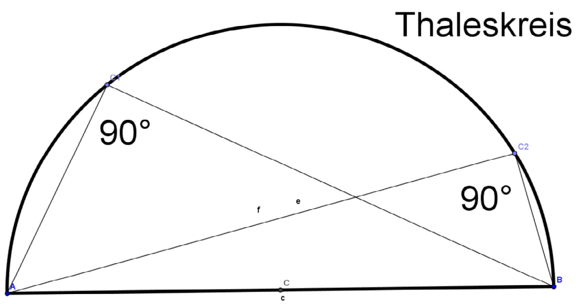
c) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit a = b = 7 cm, h_a = 6 cm. Wie viele Lösungen gibt es?



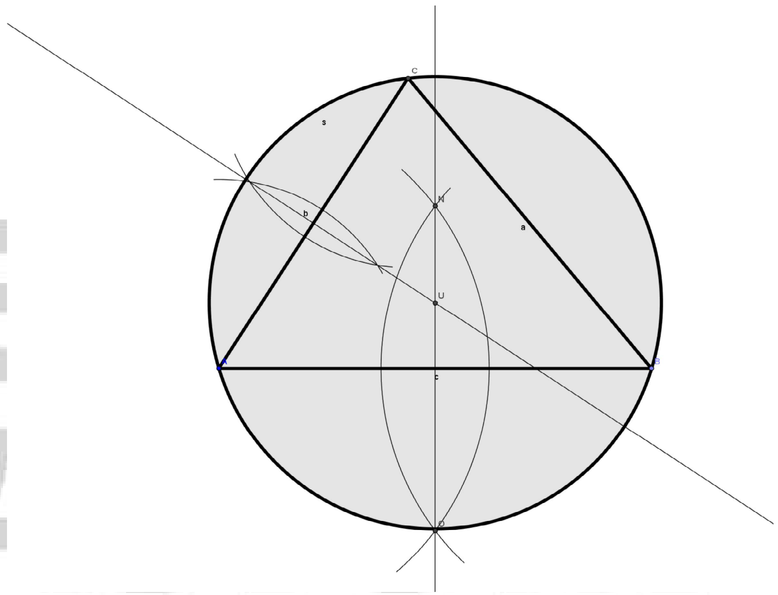
Konstruktionsbeschreibung:
1) Punkte B, C festgelegt durch a = 7 cm
2) A festgelegt durch Kreis k(C; r = a = 7cm) und Parallelen zu [BC] im Abstand h_a.

Konstruktion:





zu a) Umkreis mit Hilfe der Mittelsenkrechten



zu b) Inkreis mit Hilfe der Winkelhalbierenden